

第3讲等腰三角形（练习）

一、等腰三角形的概念

练习

1. 等腰三角形的顶角为 36° ，则底角为（ ）。

- A. 36° B. 60° C. 72° D. 75°

【答案】 C

【解析】 $\because (180^\circ - 36^\circ) \div 2 = 72^\circ$ ，

$\therefore$ 底角是 72° ，

故选C。

【标注】【知识点】已知一角求其余两角

2. 等腰三角形一个角的度数为 50° ，则顶角的度数为（ ）。

- A. 50° B. 80° C. 65° D. 50° 或 80°

【答案】 D

【解析】 等腰三角形一个角的度数为 50° ，如果这个角就是顶角，那么顶角为 50° ；

如果这个角是底角，那么顶角为 $180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$ 。

【标注】【知识点】已知一角求其余两角

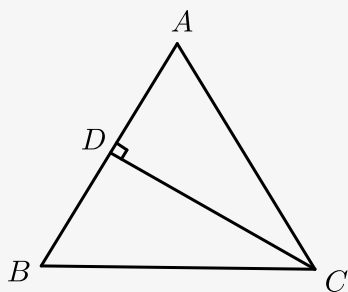
3. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 25° ，则顶角的度数为（ ）。

- A. 65° B. 65° 或 115° C. 50° D. 50° 或 115°

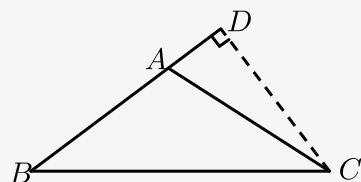
【答案】 B

【解析】 情况一：顶角为锐角的等腰三角形，由题意得， $\angle ACD = 25^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 。



情况二：顶角为钝角的等腰三角形， $\angle ACD = 25^\circ$ ，
 $\therefore \angle DAC = 65^\circ \therefore \angle BAC = 115^\circ$.

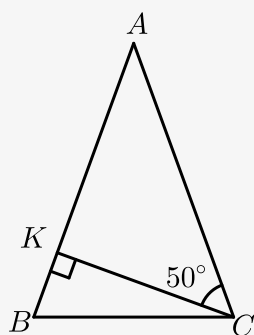


【标注】【知识点】腰上的高与腰的夹角问题

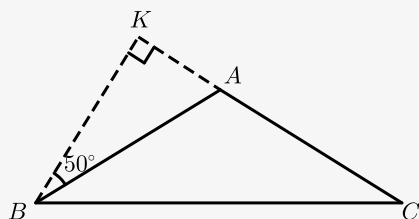
4. 已知等腰三角形一腰上的高线与另一腰的夹角为 50° ，那么这个等腰三角形的顶角等于（ ） .
 A. 15° 或 75° B. 140° C. 40° D. 140° 或 40°

【答案】D

【解析】方法一：



$$\angle A = 40^\circ .$$



$$\angle A = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ .$$

方法二：当为锐角三角形时如图，
 高与右边腰成 50° 夹角，
 由三角形内角和为 180° 可得，

顶角为 40° ，

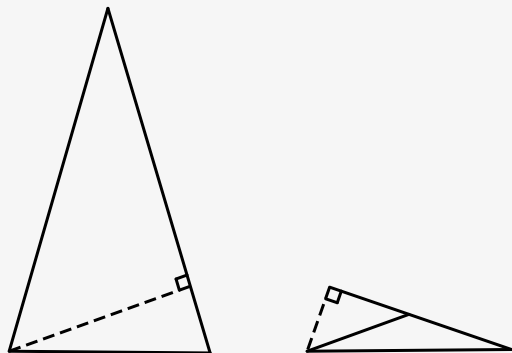
当为钝角三角形时如图，

此时垂足落到三角形外面，因为三角形内角和为 180° ，

由图可以看出等腰三角形的顶角的补角为 40° ，

三角形的顶角为 140° ．

故选D．



【标注】【知识点】腰上的高与腰的夹角问题

练习

5. 已知等腰三角形的两边长分别为3和6，则它的周长等于（ ）．

A. 12

B. 12或15

C. 15

D. 15或18

【答案】C

【解析】分两种情况：当3为底时，三角形的三边长为3，6，6，则周长为15；

当3为腰时，三角形的三边长为3，3，6，不能组成三角形．

【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

6. 等腰 $\triangle ABC$ 的两边长分别是4、6，则它的周长为 _____ ．

【答案】14或16

【解析】 $4 + 4 + 6 = 14$ 或 $6 + 6 + 4 = 16$ ．

【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

7. 若等腰三角形的周长为12，则腰长 a 的取值范围是（ ）．

A. $a > 5$

B. $a < 5$

C. $4 < a < 7$

D. $3 < a < 6$

【答案】 D**【解析】** 略**【标注】**【知识点】已知两边求第三边或周长8. 已知等腰 $\triangle ABC$ 的周长为10, 若设腰长为 x , 则 x 的取值范围是 _____ .

【答案】 $\frac{5}{2} < x < 5$

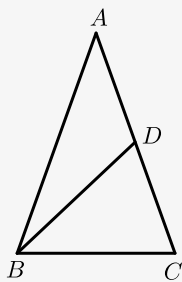
【解析】 依题意有, $\triangle ABC$ 的另外两边为 x , $10 - 2x$,

则有
$$\begin{cases} x + x > 10 - 2x \\ x - x < 10 - 2x \end{cases}$$

解得: $\frac{5}{2} < x < 5$.

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-等边对等角

9. 等腰三角形一腰上的中线把它的周长分成了15cm和27cm的两个部分, 则这个等腰三角形的底边长度是 _____ .

【答案】 6cm**【解析】**设 $AD = x\text{cm}$, 则当 $2x + x = 15$ 时, $x = 5$, 即 $AB = AC = 10\text{cm}$, $\therefore$ 周长是 $15 + 27 = 42(\text{cm})$, $\therefore BC = 22\text{cm}$ (不符合三角形三边关系, 舍去);当 $2x + x = 27$ 时, $x = 9$, 即 $AB = AC = 18\text{cm}$, $\therefore$ 周长是 $15 + 27 = 42(\text{cm})$, $\therefore BC = 6\text{cm}$,综上所述, 底边 BC 的长为6cm.

【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

10. 已知等腰三角形周长是24，一腰上的中线把三角形分成的两部分的周长差是3，求等腰三角形各边长。

【答案】三角形的各边长为：9cm，9cm，6cm或7cm，7cm，10cm。

【解析】如图所示，根据题意结合图形， $AB = AC$ ， $AD = DC$ ， BD 为公共边，

$\therefore$ 分成两部分的周长的差等于腰长与底边的差，

(1) 若 $AB > BC$ ，则 $AB - BC = 3$ ，

又 $2AB + BC = 24$ ，

联立方程组并求解得： $AB = 9$ ， $BC = 6$ ，

9cm，9cm，6cm三边能组成三角形；

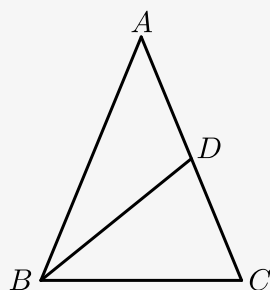
(2) 若 $AB < BC$ ，则 $BC - AB = 3$ ，

又 $2AB + BC = 24$ ，

联立方程组并求解得： $AB = 7$ ， $BC = 10$ ，

7cm，7cm，10cm三边能组成三角形；

因此三角形的各边长为：9cm，9cm，6cm或7cm，7cm，10cm。

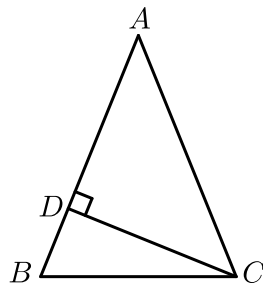


【标注】【知识点】已知两边求第三边或周长

二、等腰三角形的性质

练习

11. 如图，等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 48^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于 D ，则 $\angle DCB$ 等于（ ）。



A. 30°

B. 19°

C. 24°

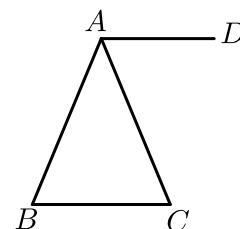
D. 29°

【答案】C

【解析】 $\because AB = AC, \angle A = 48^\circ,$
 $\therefore \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180^\circ - 48^\circ}{2} = 66^\circ,$
 $\because CD \perp AB,$
 $\therefore \angle ACD = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ,$
 $\therefore \angle DCB = \angle ACB - \angle ACD = 66^\circ - 42^\circ = 24^\circ.$
 故选C.

【标注】【知识点】腰上的高与腰的夹角问题

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \parallel BC$ ，若 $\angle BAD = 110^\circ$ ，则 $\angle BCA$ 的大小为（ ）.



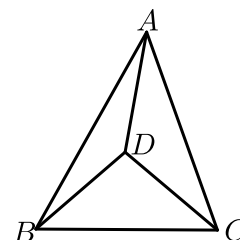
- A. 30° B. 40° C. 50° D. 70°

【答案】D

【解析】 $\because AB = AC,$
 $\therefore \angle B = \angle BCA,$
 $\because AD \parallel BC, \angle BAD = 110^\circ,$
 $\therefore \angle BCA = \angle B = 70^\circ.$
 故选D.

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-等边对等角

13. 如图， $\triangle ABC$ 内有一点D，且 $DA = DB = DC$ ，若 $\angle DAB = 20^\circ, \angle DAC = 30^\circ$ ，则 $\angle BDC$ 的大小是（ ）.



- A. 50° B. 70° C. 80° D. 100°

【答案】 D

【解析】 $\because \angle DAB = 20^\circ, \angle DAC = 30^\circ, DA = DB = DC,$

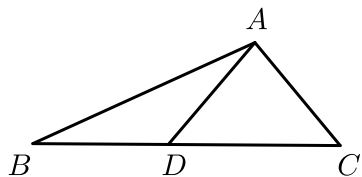
$$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 100^\circ.$$

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-等边对等角

【能力】 推理论证能力

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = AD = BD$, $\angle DAC = 80^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是() .



A. 40°

B. 35°

C. 25°

D. 20°

【答案】 C

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中, $AC = AD$, $\angle DAC = 80^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ,$$

又 $\because AD = BD$,

$$\therefore \angle B = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle B + \angle BAD = \angle ADC,$$

$$\therefore 2\angle B = \angle ADC,$$

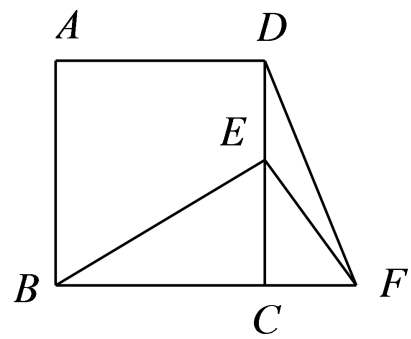
$$\therefore \angle B = \frac{1}{2}\angle ADC = 25^\circ,$$

故选: C .

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-等边对等角

练习

15. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 DC 边上的点, 连接 BE , 将 $\triangle BCE$ 绕点 C 顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle DCF$, 连接 EF , 若 $\angle BEC = 60^\circ$, 则 $\angle EFD$ 的度数为() .



A. 25°

B. 20°

C. 15°

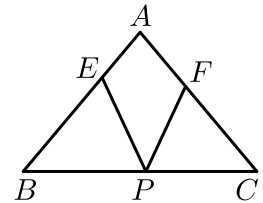
D. 10°

【答案】 C

【解析】 由全等的性质得出 .

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

16. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC$, $\angle A = 80^\circ$, E 、 F 、 P 分别是 AB 、 AC 、 BC 边上一点 , 且 $BE = BP$, $CP = CF$, 则 $\angle EPF =$ _____ 度 .



【答案】 50

【解析】 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC$, $\angle A = 80^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 50^\circ ,$$

$$\because BE = BP ,$$

$$\therefore \angle BEP = \angle EPB = 65^\circ ,$$

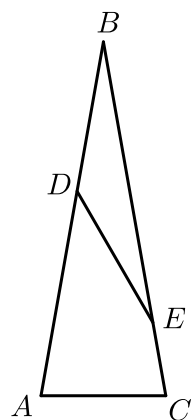
$$\text{同理} , \angle FPC = 65^\circ ,$$

$$\therefore \angle EPF = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ .$$

故答案为 : 50° .

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-等边对等角

17. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 的两腰 AB 、 BC 上分别取点 D 和 E ，使 $DB = DE$ ，此时恰有 $\angle ADE = \frac{1}{2} \angle ACB$ ，则 $\angle B$ 的度数是 _____ 度。



【答案】 20

【解析】 设 $\angle B = x$ 。

$$\because DB = DE,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle B = x,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DEB + \angle B = 2x,$$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle ADE = 4x.$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle A = 4x.$$

$$\text{在}\triangle ABC\text{中}, \because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 4x + x + 4x = 180^\circ,$$

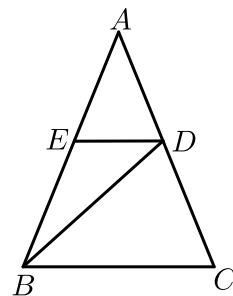
$$\therefore x = 20^\circ.$$

即 $\angle B$ 的度数是 20° 。

故答案为：20。

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 在 AC 上， E 在 AB 上，且 $AB = AC$ ， $BC = BD$ ， $AD = DE = BE$ ，则 $\angle A$ 的度数是 _____。



【答案】 45°

【解析】 设 $\angle A = x$,

$$\angle A = \angle AED = x,$$

$$\therefore \angle EBD + \angle EDB = x,$$

$$\angle EBD = \angle EDB,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB = \frac{x}{2},$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 180 - (180 - 2x) - \frac{3}{2}x \\ &= \frac{3}{2}x, \end{aligned}$$

$$\therefore \angle C = \angle EBD = \frac{3}{2}x,$$

$$\angle DBC = \angle EBC - \angle EBD$$

$$= \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x$$

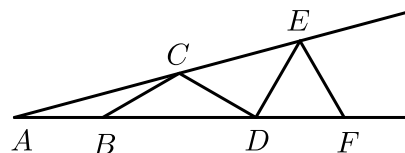
$$= x,$$

$$\therefore x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ,$$

$$\therefore x = 45^\circ.$$

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-等边对等角

19. 如图, $\angle EAF = 15^\circ$, $AB = BC = CD = DE = EF$, 则 $\angle DEF$ 等于 ().



A. 90°

B. 75°

C. 70°

D. 60°

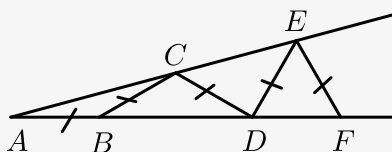
【答案】 D

【解析】 方法一: $\because AB = BC$, $\angle EAF = 15^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle A = 15^\circ,$$

$\therefore \angle CBD$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角 ,
 $\therefore \angle CBD = \angle A + \angle ACB = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore BC = CD$,
 $\therefore \angle CDB = \angle CBD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DCE$ 是 $\triangle ACD$ 的一个外角 ,
 $\therefore \angle DCE = \angle A + \angle CDB = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$,
 $\therefore CD = DE$,
 $\therefore \angle DEC = \angle DCE = 45^\circ$,
 $\therefore \angle EDF$ 是 $\triangle ADE$ 的一个外角 ,
 $\therefore \angle EDF = \angle A + \angle AED = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$,
 $\therefore DE = EF$,
 $\therefore \angle F = \angle EDF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle F - \angle EDF = 60^\circ$.

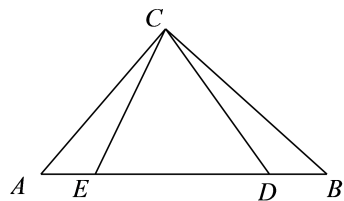
故选D .



方法二： $\therefore AB = BC = CD = DE = EF$, $\angle A = 15^\circ$,
 $\therefore \angle BCA = \angle A = 15^\circ$,
 $\therefore \angle CBD = \angle BDC = \angle BCA + \angle A = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = 180^\circ - (\angle CBD + \angle BDC) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,
 $\therefore \angle ECD = \angle CED$
 $= 180^\circ - \angle BCD - \angle BCA$
 $= 180^\circ - 120^\circ - 15^\circ$
 $= 45^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = 180^\circ - (\angle ECD + \angle CED) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EDF = \angle EFD$
 $= 180^\circ - \angle CDE - \angle BDC$
 $= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$
 $= 60^\circ$,
 $\therefore \angle DEF = 180^\circ - (\angle EDF + \angle EFC) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.
 故选D .

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-等边对等角

20. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC = AD$, $BC = BE$, $\angle ACB = 100^\circ$, 则 $\angle ECD = ()$.



A. 20°

B. 30°

C. 40°

D. 50°

【答案】 C

【解析】 设 $\angle ACE = x^\circ$,

$$\angle DCE = y^\circ,$$

$$\angle BCD = z^\circ,$$

$$\because BE = BC,$$

$$AD = AC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD = \angle ACE + \angle DCE = (x + y)^\circ,$$

$$\angle BEC = \angle BCE = \angle BCD + \angle DCE = (y + z)^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BEC - \angle ACE = (y + z - x)^\circ,$$

$$\angle B = \angle ADC - \angle BCD = (x + y - z)^\circ,$$

$$\because \text{在}\triangle ABC\text{中}, \angle ACB = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ - \angle ACB = 80^\circ,$$

$$\therefore y + z - x + x + y - z = 80^\circ,$$

$$\text{即 } 2y = 80^\circ,$$

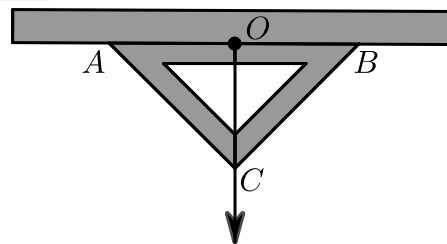
$$\therefore y = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 40^\circ.$$

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-等边对等角

练习

21. 某地地震过后, 小娜同学用下面的方法检测教室的房梁是否处于水平: 在等腰直角三角尺斜边中点 O 处拴一条线绳, 线绳的另一端挂一个铅锤, 把这块三角尺的斜边贴在房梁上, 结果线绳经过三角尺的直角顶点. 由此得出房梁是水平的 (即挂铅锤的线绳与房梁垂直). 用到的数学原理是 _____.



【答案】 等腰三角形三线合一

【解析】 $\because \triangle ABC$ 是个等腰三角形，

$$\therefore AC = BC,$$

$\because$ 点 O 是 AB 的中点，

$$\therefore AO = BO,$$

$$\therefore OC \perp AB.$$

即等腰三角形的底边上的中线、底边上的高、顶角的平分线重合。

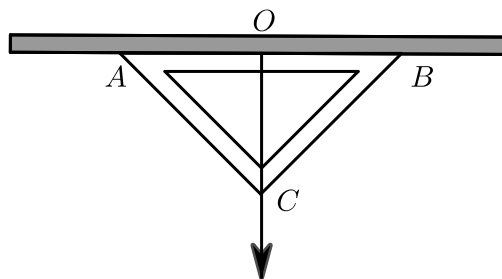
【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-三线合一

22. 在《轴对称》这一章的教材中出现了如下的问题：

某地地震过后，河沿村中学的同学用下面的方法检测教室的房梁是否水平：

在等腰直角三角尺斜边中点拴一条线绳，线绳的另一端挂一个铅锤，把这块三角尺的斜边贴在房梁上，结果线绳经过三角尺的直角顶点，同学们由此确信房梁是水平的。他们的判断对吗？为什么？

他们的判断 _____（填对或错），你这样判断的理论依据是 _____。



【答案】 对；等腰三角形底边上的中线和高重合

【解析】 他们的判断是对的。

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ，点 O 是斜边 AB 的中点，则 $CO \perp AB$ 。

$\therefore CO$ 是 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的中线，

$\therefore CO \perp AB$ （等腰三角形底边上的中线和高重合），

$\therefore OC$ 是竖直的，

$\therefore AB$ 是水平的，

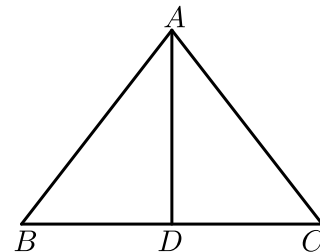
即这时房梁是水平的．

判断依据是：等腰三角形底边上的中线和高三重合．

故答案为：对；等腰三角形底边上的中线和高三重合．

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 的中点，下列结论不正确的是（ ）．



- A. $\angle B = \angle C$ B. $AD \perp BC$ C. $AB = 2BD$ D. AD 平分 $\angle BAC$

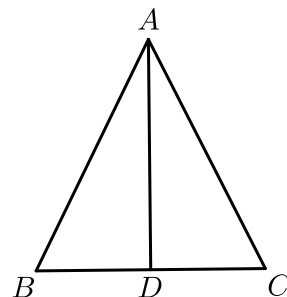
【答案】C

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 中点，
 $\therefore AD \perp BC$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\angle BAD = \angle CAD$ ，
即 AD 平分 $\angle BAC$ ，
故A，B，D三项正确，C不正确．

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

24. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 为 BC 的中点，以下结论：

(1) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ；(2) $AD \perp BC$ ；(3) $\angle B = \angle C$ ；(4) AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线．其中正确的有（ ）．



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】D

【解析】 $\because AB = AC$ ，

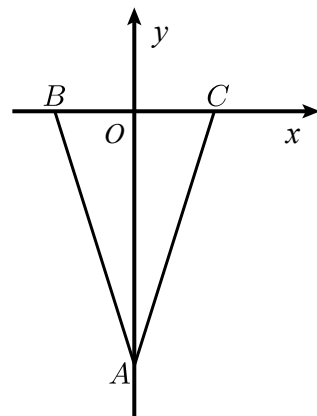
$\therefore \angle B = \angle C$,
 $\therefore$ (3) 正确 ;
 $\therefore D$ 为 BC 的中点 ,
 $\therefore AD \perp BC$, $\angle BAD = \angle CAD$,
 $\therefore$ (2) 、 (4) 正确 ;
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中 ,

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD , \\ BD = CD \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS) ,
 $\therefore$ (1) 正确 ,
 $\therefore$ 正确的有 4 个 , 故答案为 D .

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

练习

25. 如图所示 , 在等腰 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC = 10$, 若点 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 则点 C 的坐标为 _____ .

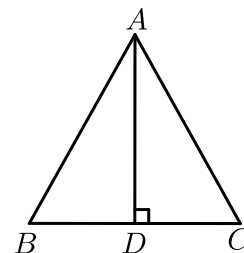


【答案】 (3, 0)

【解析】 根据等腰三角形 “三线合一” 的性质求解 .

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

26. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AD \perp BC$, $AB = AC$, $BC = 10$, 则 $BD =$ _____ .

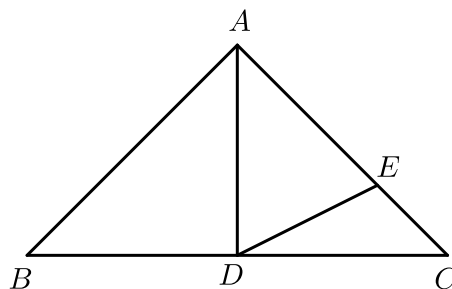


【答案】 5

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,
 $\therefore AD \perp BC$,
 $\therefore BD = \frac{1}{2}BC = 5$.
 故答案为: 5.

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-三线合一

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 点 E 在边 AC 上, 且 $AD = AE$, 若 $\angle BAC = 100^\circ$, 则 $\angle EDC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



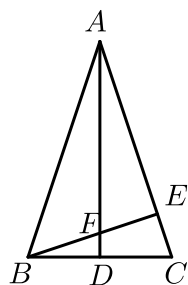
【答案】 25

【解析】 根据等腰三角形三线合一,
 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 50^\circ$,
 因为 $AD = AE$,
 所以 $\angle ADE = \angle AED = 65^\circ$,
 所以 $\angle EDC = 25^\circ$.

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质-三线合一

28.

$\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 40^\circ$, AD 是底边 BC 边上的中线, $BE \perp AC$ 于点 E , 交 AD 于点 F , 则 $\angle DFE$ 的度数是 _____ .



【答案】 110°

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 40^\circ$, AD 是底边 BC 边上的中线,

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 20^\circ,$$

$$\because BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

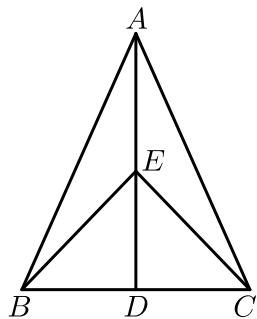
$$\therefore \angle DFE = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ.$$

故答案为: 110° .

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

练习

29. 如图, 在等腰三角形 ABC 中, AD 为底边 BC 上的中线, E 为 AD 上一点, 请比较 $\angle ABE$ 与 $\angle ACE$ 的大小, 并说明理由.



【答案】 $\angle ABE = \angle ACE$.

【解析】 $\angle ABE = \angle ACE$. 理由如下:

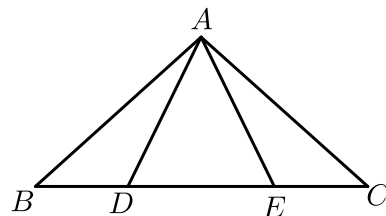
$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形, AD 为底边 BC 上的中线,

$\therefore AD$ 所在的直线为 $\triangle ABC$ 的对称轴.

又 $\because E$ 为 AD 上一点，
 $\therefore \triangle ABE$ 与 $\triangle ACE$ 关于 AD 所在的直线对称，
 $\therefore \angle ABE = \angle ACE$ 。

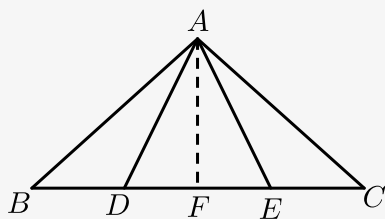
【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

30. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，求证： $BD = CE$ 。



【答案】证明见解析。

【解析】过点 A 作 $AF \perp BC$ ，垂足为点 F ，



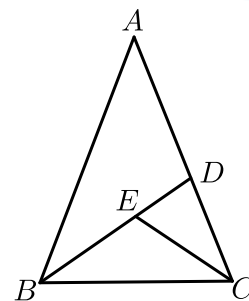
$\because AB = AC$ ， $AF \perp BC$ ，
 $\therefore BF = CF$ 。
 $\because AD = AE$ ， $AF \perp BC$ ，
 $\therefore DF = EF$ 。
 $\therefore BF - DF = CF - EF$ ，即 $BD = CE$ 。

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

三、等腰三角形的判定

练习

31. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， BD 、 CE 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 的角平分线，则图中的等腰三角形有（ ）。



A. 5个

B. 4个

C. 3个

D. 2个

【答案】 A

【解析】 $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because \angle BAC = 36^\circ, \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$$\because BD、CE分别平分\angle ABC, \angle BCD, \angle ABC = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 36^\circ, \angle ACE = \angle BCE = 36^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 36^\circ, \angle ABD = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 72^\circ,$$

$$\because \angle ACE = 36^\circ, \angle CDE = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 72^\circ, \angle CEB = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ,$$

$\therefore \triangle CDE$ 是等腰三角形,

$$\because \angle CBD = 36^\circ, \angle CEB = 108^\circ, \angle BCE = 36^\circ,$$

$\therefore \triangle BCE$ 是等腰三角形,

$$\because \angle CBD = 36^\circ, \angle ACB = 72^\circ, \angle CDE = 72^\circ,$$

$\therefore \triangle BCD$ 是等腰三角形,

$$\because \angle BAC = 36^\circ, \angle ABD = 36^\circ,$$

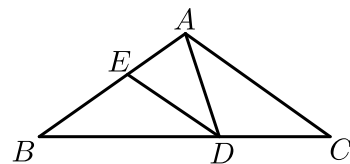
$\therefore \triangle ABD$ 是等腰三角形,

所以图中的等腰三角形为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ABD$.

故选A.

【标注】【知识点】等腰三角形的判定-等角对等边

32. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 108^\circ$, $\angle ADB = 72^\circ$, DE 平分 $\angle ADB$, 则图中等腰三角形的个数是 ().



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】 C

【解析】 $\because AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形, 又 $\angle BAC = 108^\circ$,

$$\therefore \angle C = \angle B = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle ADB = 180^\circ - 36^\circ - 72^\circ = 72^\circ = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD,$$

$\therefore \triangle ADB$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ = \angle C,$$

$$\therefore CD = AD,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形,

$\because DE$ 平分 $\angle ADB$,

$$\therefore \angle BDE = \angle ADE = 36^\circ = \angle B,$$

$$\therefore BE = ED,$$

$\therefore \triangle EBD$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - 72^\circ - 36^\circ = 72^\circ = \angle EAD,$$

$$\therefore ED = AD,$$

$\therefore \triangle AED$ 是等腰三角形,

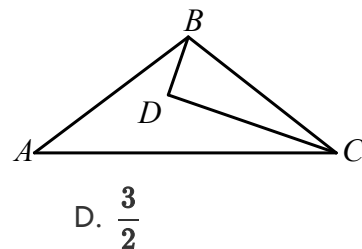
$\therefore$ 共有 5 个等腰三角形.

故选 C.

【标注】 【知识点】 等腰三角形的性质与判定综合问题

练习

33. 如图, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, CD 平分 $\angle ACB$, $BD \perp CD$, $\angle A = \angle ABD$. 若 $AC = 5$, $BC = 3$, 则 BD 的长为 ().



A. 2

B. 1

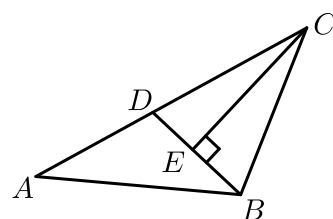
C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

【答案】 B

【标注】【知识点】角分线性质定理

34. 如图, CE 平分 $\angle ACB$ 且 $CE \perp BD$, $\angle DAB = \angle DBA$, $AC = 18$, $BD = 8$, 求 BC 的长.

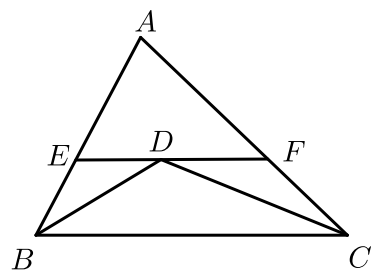


【答案】 10 .

【解析】 $\because CE$ 平分 $\angle ACB$ 且 $CE \perp BD$,
 $\therefore CD = CB$ (等腰三角形三线合一),
 又 $\angle DAB = \angle DBA$,
 $\therefore AD = BD$,
 $\because AC = 18$, $BD = 8$,
 $\therefore BC = AC - AD$
 $= AC - BD$
 $= 18 - 8$
 $= 10$.

【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

35. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 8$, BD 、 CD 平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$, 过 D 作 EF 平行于 BC , 交 AB 、 AC 于 E 、 F , 则 $\triangle AEF$ 的周长为 () .



A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

【答案】 D

【解析】 $\because EF \parallel BC$,

$$\therefore \angle EDB = \angle DBC, \angle FDC = \angle DCB,$$

$\because \triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 D ,

$$\therefore \angle EBD = \angle DBC, \angle FCD = \angle DCB,$$

$$\therefore \angle EDB = \angle EBD, \angle FDC = \angle FCD,$$

$$\therefore ED = EB, FD = FC,$$

$$\because AB = 6, AC = 8,$$

$\therefore \triangle AEF$ 的周长为:

$$AE + EF + AF = AE + ED + FD + AF = AE + EB + FC + AF = AB + AC = 6 + 8 = 14$$

故选 D.

【标注】 【知识点】 平行线的性质

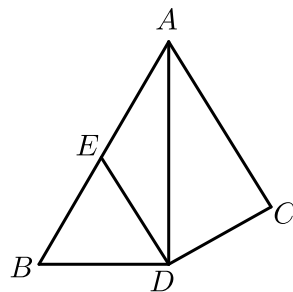
【知识点】 等腰三角形的判定-等角对等边

【能力】 运算能力

【能力】 推理论证能力

【思想】 数形结合思想

36. 如图, AD 平分 $\angle BAC$, $AD \perp BD$, 垂足为点 D , $DE \parallel AC$. 求证: $\triangle BDE$ 是等腰三角形.



【答案】证明见解析.

【解析】 $\because DE \parallel AC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$

,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

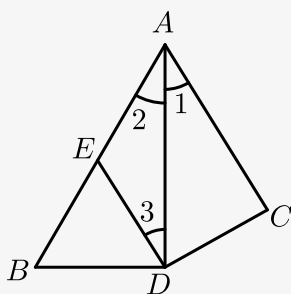
$\therefore AD \perp BD$,

$$\therefore \angle 2 + \angle B = 90^\circ, \angle 3 + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDE,$$

$$\therefore BE = DE,$$

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰三角形.



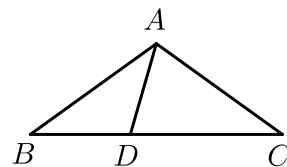
【标注】【知识点】等腰三角形的判定-等角对等边

【知识点】平行线的性质

【能力】推理论证能力

练习

37. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 上一点, $\angle B = 30^\circ$, 连接 AD . 若 $\angle BAD = 45^\circ$, 求证: $\triangle ACD$ 为等腰三角形.



【答案】证明见解析.

【解析】 $\because AB = AC, \angle B = 30^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\because \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAC - \angle BAD = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\angle ADC = \angle B + \angle BAD = 75^\circ,$$

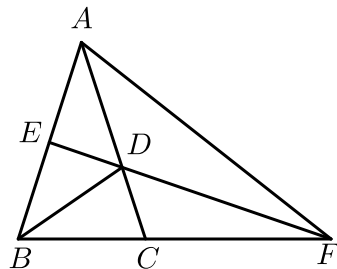
$$\therefore \angle ADC = \angle CAD,$$

$$\therefore AC = CD,$$

即 $\triangle ACD$ 为等腰三角形.

【标注】【知识点】等腰三角形的判定-等角对等边

38. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 36^\circ$, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, 交 AC 于点 D , E 是 AB 的中点, 连接 ED 并延长, 交 BC 的延长线于点 F , 连接 AF . 求证:



(1) $EF \perp AB$.

(2) $\triangle ACF$ 为等腰三角形.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) 证明见解析.

【解析】(1) $\because AB = AC, \angle BAC = 36^\circ$.

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ.$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线.

$$\therefore \angle ABD = \angle BAD = 36^\circ.$$

$$\therefore DA = DB.$$

$\because E$ 是 AB 中点.

$$\therefore DE \perp AB, \text{ 即 } EF \perp AB$$

(2) $\because EF$ 为 AB 中垂线.

$$\therefore FA = FB.$$

$$\therefore \angle AFC = 180^\circ - 2\angle ABC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ.$$

$$\angle BAF = \angle ABF = 72^\circ.$$

$$\therefore \angle CAF = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ.$$

$$\therefore \angle CAF = \angle AFC = 36^\circ.$$

$\therefore \triangle ACF$ 为等腰三角形.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

【知识点】角分线性质定理

【知识点】等腰三角形的判定

【知识点】垂线